

Теория

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Задание №6. Основы геометрии. Чаще всего встречаются задания на решение треугольников, но знать надо все фигуры планиметрии. Необходимые знания: виды треугольников; понятия биссектрисы, медианы, высоты; тригонометрические функции и их значения; основное тригонометрическое тождество; формулы приведения; теорема Пифагора. И помните при правильном решении ответ получается точно без корня.

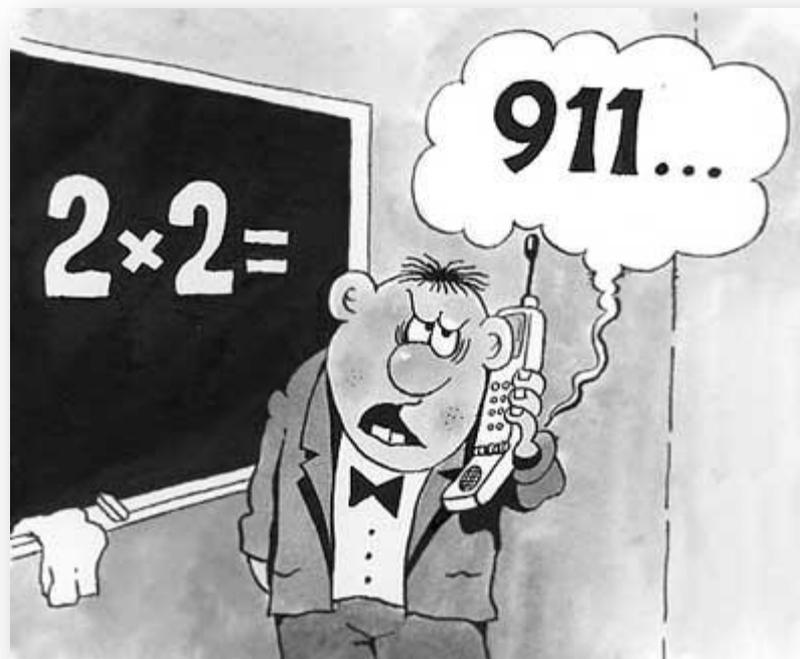
$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

Типичные ошибки при решении задания №6 в ЕГЭ

- *выпускник чаще всего может перепутать катет с гипотенузой;*
- *выпускник чаще всего не знает или неверно записывает отношение сторон при использовании тригонометрических функций;*

Задача 1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 15, а высота, проведенная к основанию, равна 9. Найдите косинус угла A .



Решение

Т.к $\cos \alpha = \frac{AH}{AB}$
(прилеж. катета/ гипотенузу)

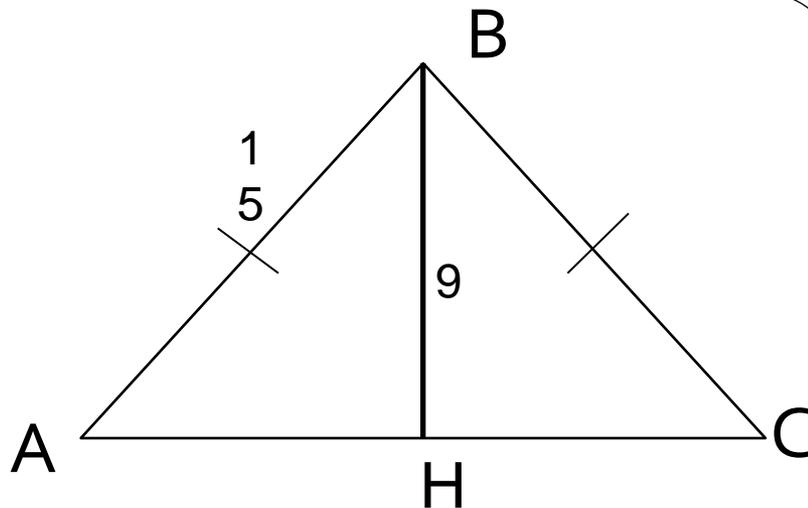
Найдем AH .

По т.Пифагора из ΔABH :

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2}$$

$$AH = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12 \quad , \text{ следовательно}$$

$$\cos A = \frac{12}{15} = 0,8$$



Ответ: 0,8

Задача 2

В треугольнике ABC угол C равен 90° ,
 $\sin A = \frac{11}{14}$, $AC = 10\sqrt{3}$.
Найти AB.

Решение

Нам известен прилежащий катет,
следовательно зная синус угла A можно найти
его косинус.

По основному тригонометрическому
тождеству:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

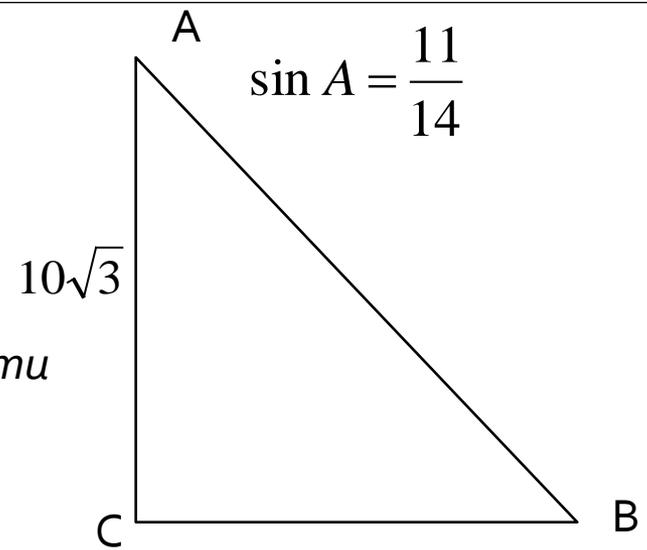
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{196}{196} - \frac{121}{196}} = \sqrt{\frac{75}{196}} = \frac{5\sqrt{3}}{14}$$

По определению косинуса: $\cos A = \frac{AC}{AB}$; $AB = \frac{AC}{\cos A}$

$$AB = \frac{10\sqrt{3}}{\frac{5\sqrt{3}}{14}} = 10\sqrt{3} \cdot \frac{14}{5\sqrt{3}} = 28$$

Ответ: 28



Задача 3

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 8\sqrt{6}$, $AB = 20$.

Найдите $\sin B$.

Решение

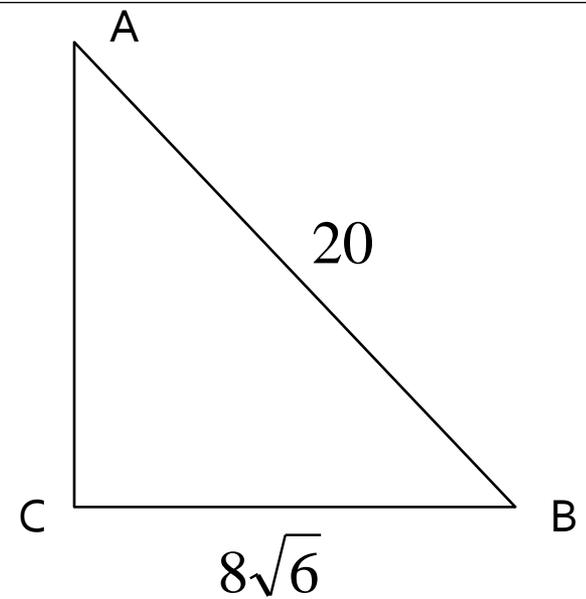
Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Следовательно $\sin B = \frac{AC}{AB}$

Найдем отрезок AC из $\triangle ABC$:

$$AC = \sqrt{400 - 64 \cdot 6} = \sqrt{144} = 12$$

Отсюда $\sin B = \frac{12}{20} = 0,6$



Ответ: 0,6

Задача 4

В треугольнике ABC $AC=BC$,
 $AB=72$, $\cos A = \frac{12}{13}$, CH — высота.
Найдите CH .

Решение

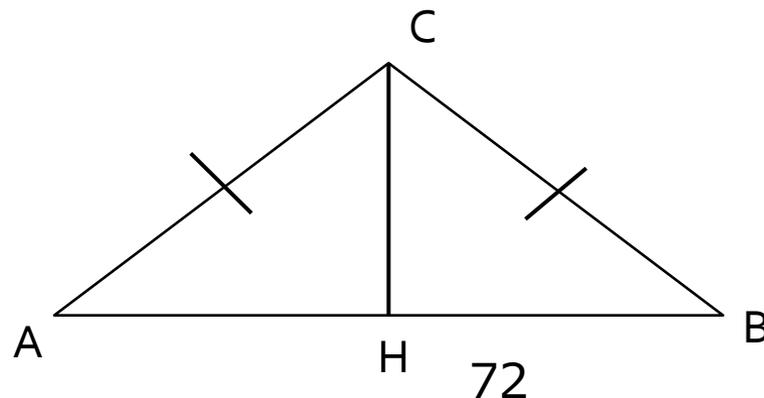
$AH=36$ (по свойству высоты равнобед. треугол.)

Следовательно, по определению косинуса, найдем AC .

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{36}{\frac{12}{13}} = 39$$

По т. Пифагора:

$$CH = \sqrt{39^2 - 36^2} = \sqrt{225} = 15$$



Ответ: 15

Задача 5

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 15$, $BC = 9$.

Найти $\cos A$.

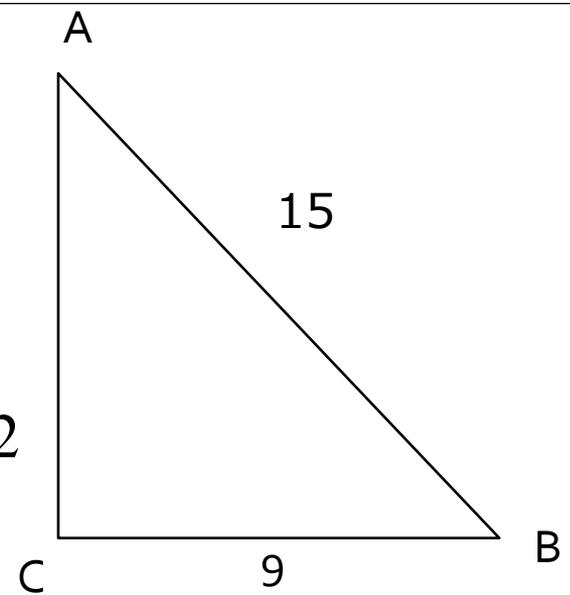
Решение

По т.Пифагора из ΔABC , найдем AC .

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$$

Отсюда, $\cos A = \frac{AC}{AB}$

$$\cos A = \frac{12}{15} = 0,8$$



Ответ: 0,8

Задача 6

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 3\sqrt{5}$, $AC = 3$.

Найдите $\operatorname{tg} A$.

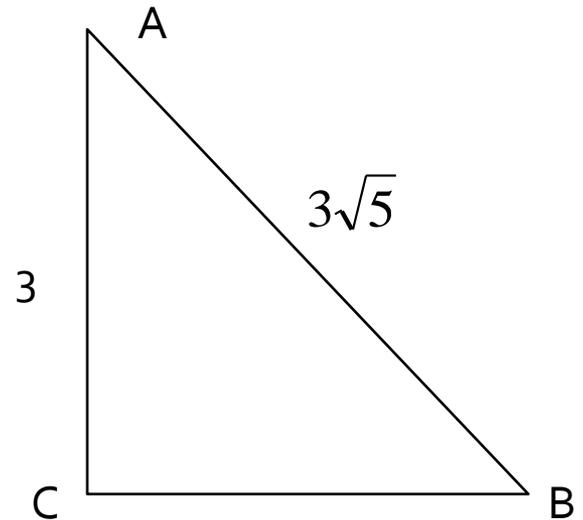
Решение

$$\operatorname{tg} A = \frac{CB}{AC}$$

$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{9 \cdot 5 - 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{6}{3} = 2$$

Ответ: 2



Задача 7

В треугольнике ABC угол C равен 90° ,
CH – высота, $BC=10$, $CH=3\sqrt{11}$.
Найти $\sin A$.

Решение

$$\text{Т.к. } \sin A = \frac{CB}{AB}$$

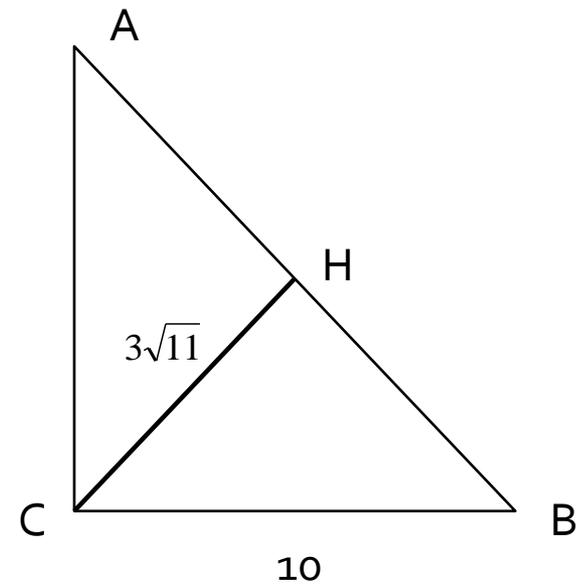
Из $\triangle HBC$ по т.Пифагора найдем HB :

$$HB = \sqrt{100 - 99} = 1$$

По свойству высоты CH : $CH^2 = HB \cdot HA$

$$AH = \frac{CH^2}{HB} = 99$$

$AB=100$, следовательно $\sin A = \frac{10}{100} = 0,1$



Ответ: 0,1

Задача 8

В треугольнике ABC угол C равен 90° ,
 $AB = 7\sqrt{2}$, $BC=7$.

Найдите тангенс внешнего угла при
вершине A.

Решение

По т.Пифагора найдем AC:

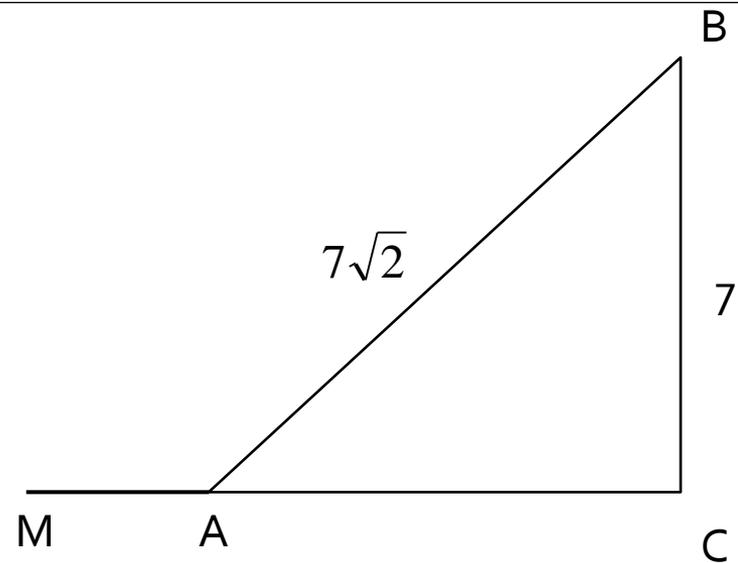
$$AC = \sqrt{49 \cdot 2 - 49} = \sqrt{49} = 7$$

Найдем $\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} = 1$

Зная, что $\operatorname{tg} \angle BAM = -\operatorname{tg} \angle A$

$$\operatorname{tg} \angle BAM = -1$$

Ответ: -1



Задания повышенного уровня

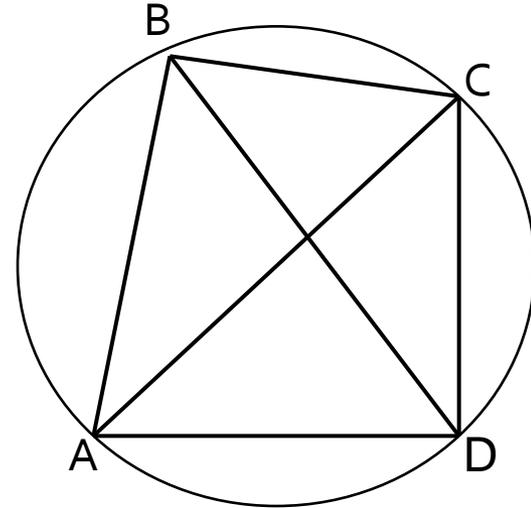
ЧТО НЕОБХОДИМО ЗНАТЬ ДЛЯ РЕШЕНИЯ:

- 1) Сумма противоположных углов четырехугольника, вписанного в окружность, равна 180° .
- 2) Сумма углов треугольника равна 180° .
- 3) Углы, опирающиеся на одну и ту же хорду, равны.

Задача 9*

Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол $\overset{\circ}{A}BC$ равен 105 , угол $\overset{\circ}{C}AD$ равен 35 . Найдите угол ABD , ответ дайте в градусах.

Решение



Сумма противоположных углов ABC и ADC четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равна 180° .

Следовательно,

$$ADC = 180^\circ - ABC = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ.$$

Сумма углов CAD , ADC , ACD треугольника CDA равна 180° .

Следовательно,

$$ACD = 180^\circ - (CAD + ADC) = 180^\circ - (35^\circ + 75^\circ) = 70^\circ.$$

3) Углы ABD и ACD опираются на одну и ту же хорду AD . Следовательно, они равны, и искомый угол $ABD = ACD = 70^\circ$.

Ответ: 70